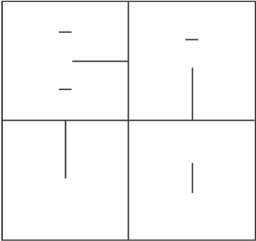


KONTEKSTI KULTURE

STUDIJE IZ HUMANISTIKE I UMJETNOSTI

BROJ II

An abstract graphic in the bottom right corner consisting of numerous horizontal, wavy lines in varying shades of purple, creating a sense of movement and depth.



DRUŠTVO
ZA
KULTURNI
RAZVOJ
BAUO

KONTEKSTI KULTURE | CONTEXTS of CULTURE
Studije iz humanistike i umjetnosti | Studies in Humanities and Arts

ISSN 3027-4222 | Štampano izdanje | *Printed Edition*
ISSN 3027-4818 | Elektronsko izdanje | *Electronic Edition*

Izdavač | *Publisher*

Društvo za kulturni razvoj „Bauo“ | *Association for Cultural Development “Bauo”*

Za izdavača | *For the Publisher*

Dušan Medin

Naučna redakcija | *Scientific Editorial Board*

Edidio Ivetić (Italija), Dragana Radojičić (Srbija), Boris Kavur (Slovenija),
Martina Blečić Kavur (Slovenija), Tanja Petrović (Slovenija), Ljiljana Gavrilović (Srbija),
Koraljka Kuzman Slogar (Hrvatska), Amra Sačić Beća (Bosna i Hercegovina),
Nenad Vujadinović (Crna Gora), Edin Jašarović (Crna Gora),
Zrinka Mileusnić (Slovenija), Branko Banović (Srbija)

Redakcija | *Editorial Board*

Stanka Janković Pivljanin | Dušan Medin | Jasmina Bajo | Milica Stanić Radonjić

Urednici | *Editors*

Dušan Medin | Stanka Janković Pivljanin



Objavljeno uz podršku Opštine Budva
Published with the support of the Municipality of Budva

KONTEKSTI KULTURE
STUDIJE IZ HUMANISTIKE I UMJETNOSTI

CONTEXTS *of* CULTURE
STUDIES IN HUMANITIES AND ARTS

II

PETROVAC NA MORU
MMXXIV

SADRŽAJ | CONTENT

Riječ urednika | 7 | *A Word from the Editors* | 10

TRAGOVIMA OTKRIĆA | TRACES *of* DISCOVERIES

Martina Blečić Kavur i Dušan Medin | *Izgubljene u prijevodima: sjekire albano-crnogorskog tipa s Kufina* | 15

Raško Ramadanski | *Pečat Petra, zaštitnika i arhonta Srbije* | 39

Zrinka Mileusnić | *Materijalna kultura kao zrcalo međukulturnosti XVI vijeka* | 45

U OGLEDALU JEZIKA | IN *the* LINGUISTIC MIRROR

Pavle Pavlović | *Poenkare, Vitgenštajn i Hilbertovo nasleđe: epistemološki konteksti* | 57

Jelena Bašanović Čečović | *Leksika crnogorskih narodnih govora kao značajan izvor građe za lingvokulturološka ispitivanja* | 67

Gordana Ljubanović | *Burna sociolingvistička noć: 23. septembar 1813. u Dnevniku don Antuna Kojovića* | 77

NJEGOŠ: REFLEKSIJE | NJEGOŠ: REFLECTIONS

Dragan Đorđević | *Poetika planine i Njegoševi idiomi* | 97

Milijana Simonović | *Slojevitost Njegoševog lirskog izraza u pesmi „Noć skuplja vijeka“* | 111

Dušan Medin | Stari grad Budva i njegova glavna (Njegoševa) ulica kroz
vjekove | 121

PRIKAZI | REVIEWS

Stanka Janković Pivljanin | *Ex catharensia: kratak jezički vodič kroz istoriju
Kotora* Ljiljane Kaščelan | 147

Uputstvo za autore | 151 | *Guidelines for the Authors* | 153

POENKARE, VITGENŠTAJN I HILBERTOVO NASLEĐE: EPISTEMOLOŠKI KONTEKSTI

Pavle Pavlović¹
Univerzitet u Beogradu
Matematički fakultet
Beograd, Srbija

Sažetak: U ovom radu bavimo se Poenkareovom i Vitgenštajnovom reakcijom na Hilbertovo formalizovanje matematičkog jezika. Kao osnovno polazište rada uzimamo ideju da se u Hilbertovom, Poenkareovom i Vitgenštajnovom pristupu dovodi u pitanje pozitivistička ideja o totalitetu i univerzalnosti znanja. Tvrdimo da oba autora kritikuju Hilberta polazeći od konstruktivističkog stanovišta. Dok Poenkare kritikuje Hilberta s pozicije intuicionizma, Vitgenštajn to čini s pozicije kontekstualizma. Zaključak je da se ova dva stanovišta mogu tumačiti kao kompatibilna.

Ključne reči: Hilbert, Poenkare, Vitgenštajn, formalizam, intuicija, jezičke igre

¹ pavlepavlovic100@gmail.com.

Istorija filozofije XIX veka pokriva raznolike kulturne kontekste i filozofske okvire kojima je teško naći zajednički imenitelj. No, ako je neki epistemološki pravac obeležio XIX vek, to je pozitivizam Ogista Konta. Evo nekoliko ključnih ideja autora o pozitivističkoj viziji sveta:

– nezavisnost od intuicije: pozitivisti odbijaju da privileguju intuitivna ili „prirodna“ razumevanja fenomena u odnosu na ona izvedena naučnim putem;

– sistemski pristup znanju: pozitivisti nastoje da utemelje naučne teorije na opažljivim fenomenima i strogom logičkom izvođenju;

– vera u kompletnost i moć sistema da daju univerzalna i potpuna saznanja o svetu.²

Ovu viziju sveta dovode u pitanje matematičari s kraja XIX i početka XX veka i mi ćemo pokušati da kontekstualizujemo njihove vizije. Konteksti Vitgenštajnovе, Hilbertove i Poenkareove filozofije matematike otkrivaju kontradikcije samog pozitivističkog sistema.

HILBERTOVE IDEJE

Hilbertovo ime je ostalo blisko povezano s idejom formalističkog shvatanja matematike kao glavnog toka tumačenja prirode ove discipline. Hilbert je bio sklon izražavanju ideja filozofskog ili kvazifilozofskog tenora i veliki broj njegovih saopštenja je ostao u pisanom obliku (Corry 152). Mnogi matematičari su kritikovali Hilbertov formalizam, tvrdeći da je on preokrenuo tradicionalnu predstavu o ulozi matematičkog formalizma u odnosu na „matematičku intuiciju“, šta god to značilo. Verovalo se da se matematički entiteti prvo intuitiraju,³ a da je

cilj matematičara da za njih pronađu odgovarajuću formalizaciju/aksiomatizaciju. Hilbertovo gledište je sasvim suprotno: prvo postavljamo aksiome, zatim dokazujemo da oni ne vode do kontradikcije i tek tada ono što aksiomi opisuju postaje „stvarno“. Dok se, prema do tada ustaljenom shvatanju, matematički pojmovi smatraju „stvarnim“ nezavisno od bilo kakve aksiomatizacije/formalizma, dotle u Hilbertovom viđenju matematički pojmovi postaju „stvarni“ tek kada dokažemo konzistentnost aksioma.

U radu „O zasnivanju aritmetike i geometrije“ (1905) Hilbert razmatra induktivnu definiciju brojeva, pozivajući se na koncept „misao-stvari“:

„Nazovimo objekat našeg mišljenja misao-stvar ili ukratko stvar i označimo ga simbolom I. Kao osnovu našeg razmatranja uzimamo pre svega misao-stvar I. Saberimo ove stvari zajedno s njom samom dva, tri ili više puta, kao: II, III, IIII, označavamo kombinacije stvari I sa samom sobom; na isti način bilo koje kombinacije ovih kombinacija, kao: I, II, III, opet se nazivaju kombinacijama te stvari sa samom sobom. Kombinacije se takođe označavaju jednostavno kao stvari, a onda, da bismo ih razlikovali, uzimamo osnovnu misao-stvar i nazivamo je prostom“ (Hilbert 1905: 341).

Kao što vidimo, misli-stvari samo su apstraktni objekti, koji se razlikuju od konkretnih objekata, kao što je „ovaj“ kompjuterski ekran. Hilbert poredi konačne objekte s Kantovim pojmom konstrukcije u apriornoj intuiciji. Stvari koje drugi ljudi opisuju kao crte na papiru zapravo su misli-stvari.

Svakako, reči su stvari (u širem smislu), ali nisu sve stvari reči. „Ova“ stolica, na primer, nije reč, već komad nameštaja. Pretpostavimo da je „F“ definisano kao konjunkcija „G“ i „H“. Tada „F“ i „G“ i „H“ referiraju na istu stvar. Prema Hilbertu, matematički termini referiraju na apstraktne entitete (Hilbert 347). Zašto bi se matematički termini morali odnositi na fizičke

² Videti: Muglioni 1995: 23.

³ Među onima koji zastupaju ovaj stav bili su L. E. J. Brauer, H. Vejl, K. Gedel i, kao što ćemo videti, L. Vitgenštajn.

objekte, kao u Euklidovoj geometriji? Neke geometrije bi mogle biti primenljive na fizički svet, ali to bi bio „dodatak“ koji nije neophodan za održivost matematičkog sistema. Čak i ako se neka geometrija koristi u pravoj fizičkoj teoriji, to ne znači da se koncepti geometrijske teorije odnose na fizičke objekte. Hilbertova ideja da je konzistentnost važna samo za matematičke teorije još uvek je veoma značajna misao. Hilbertov program se uklapa u širi intelektualni optimizam XIX veka u vezi sa moći formalnih sistema koji nije bio ograničen na pozitivizam. Njegovo delo takođe se može kontekstualizovati u okviru trendova kao što su uticaj Kanta i razvoj formalističkog pristupa. Iako je Hilbert prevazišao Kantovo oslanjanje na intuiciju, njegovo delo je zadržalo izvestan transcendentni karakter u tretiranju matematičkih struktura kao osnovnih i nužnih, u vezi sa razvojem formalnih sistema. S druge strane, Hilbertova aksiomatska metoda označava prelaz sa empirijske i intuitivne matematike XIX veka ka formalističkim i strukturalističkim pogledima XX veka.

Hilbertov pokušaj da formalizuje matematiku i geometriju nasleđuje duh sistematskog ujedinjenja i logičke preciznosti koji su karakterisali pozitivizam XIX veka. Međutim, njegovo delo se značajno razlikuje od Kontovih empirističkih temelja i averzije prema metafizici. Umesto toga, Hilbertova vizija odražava apstraktniji, formalistički pristup koji prevazilazi granice tradicionalnog pozitivizma, te služi kao most između ideala ujedinjenog totaliteta znanja XIX veka i prepoznavanja ograničenja formalnih sistema u XX veku. Hilbertova teorija podržava apstraktniji, formalistički pristup koji prevazilazi granice tradicionalnog pozitivizma, služeći kao most između ideala ujedinjenog znanja XIX veka i prepoznavanja ograničenja formalnih sistema u XX veku.

Pozitivisti su posmatrali znanje kao kumulativno i hijerarhijsko, polazeći od jednostavnijih ka složenijim naukama. S druge strane, Hilbert je tražio

osnovu i aksiomatski temelj za celokupnu matematiku, što predstavlja preokret u odnosu na pravac rasuđivanja karakterističan za pozitivizam. Njegov okvir je bio više usmeren na unutrašnju logičku koherenciju nego na bilo kakvo empirijsko utemeljenje. Krajem XIX i početkom XX veka postala su očigledna ograničenja pozitivističkog programa, posebno s razvojem fizike (npr. termodinamika, kvantna mehanika) i matematike (npr. teorija skupova, Godelove teoreme o nepotpunosti). Iako je Hilbertov program težio potpunosti, on je utro put za priznavanje inherentnih ograničenja formalnih sistema — priznanje koje je u suprotnosti sa Kontovim nepokolebljivim uverenjem u potpunost naučnog znanja.

POENKAREOV PRISTUP

Poenkareova kritika Hilbertovog formalizma može se istorijski kontekstualizovati i kao odraz i epistemoloških problema XIX veka, i kao i najava filozofskih tendencija XX veka. Da bismo potpuno razumeli međusobnu interakciju, moramo proučiti intelektualne tokove oba veka. U XIX veku među matematičarima je došlo do razmimoilaženja između čisto formalnih pristupa (koji proizlaze iz algebarskih generalizacija) i konstruktivnijih metodologija zasnovanih na intuiciji. Poenkareova vizija sveta, kao intuicioniste, u dubokoj je opreci s pozitivističkim pristupom, koji negira ulogu intuicije u formiranju naučnog saznanja. Poenkareova kritika Hilbertove vizije sveta odražava skepticizam prema formalnim metodama. Naime, Poenkare je smatrao da čisti formalni aksiomatski sistemi nemaju veze s ulogom intuicije u utemeljivanju i kontinuitetu matematičkog iskustva.

Poenkareov stav bio je pod jakim uticajem tendencija kantovske i postkantovske filozofije XIX veka, koje su naglašavale primat intuicije u matematičkom rasuđivanju. Ovaj stav bio je utemeljen u shvatanju da je matema-

tika duboko ukorenjena u ljudskom kognitivnom sistemu, a da su geometrijske i vremenske intuicije predstavljale temelj za sintetičke apriorne sudove. U tom kontekstu, Poenkare je tvrdio da matematičko rasuđivanje podrazumeva kreativnu intuiciju relacija, te da sami aksiomatski sistemi, poput Hilbertovih, ne mogu obuhvatiti punu suštinu matematičke prakse. Poenkareov metodološki pristup ima korene u onome što on naziva poluskeptičkim stavom, koji je sposoban da odgovori i na apsolutnu sumnju racionalizma (Dekart), kao i na predrasude naivnog realizma. Poenkare naglašava genetičku perspektivu, kao mnogi filozofi krajem XIX veka, „koji su glavni cilj filozofije više videli u epistemološkoj analizi nauke nego u potrazi za metafizikom“ (Heinzmann 2006: 171). Poenkare kritikuje i apsolutnu sumnju racionalizma (Dekart), kao i predrasude naivnog realizma. Konkretno, Poenkare kritikuje Hilbertov naivni realizam, kojim Hilbert formuliše aksiomatski sistem geometrije. Poenkare je bio impresioniran Hilbertovim *Osnovama geometrije*. Do svoje smrti 1912. aktivno je pratio istraživanja u logici na francuskom, nemačkom, italijanskom i engleskom jeziku. Poenkare deli Hilbertovo stajalište da matematika ima sadržaj, ali ne i empirijski sadržaj. Međutim, Poenkare tvrdi da se Hilbertov formalizam (ili sistem aksioma) zasniva na kružnom argumentu, jer je metod na kojem je zasnovan inherentno matematički. Upotreba formalizma ili simbola nije u opreci sa korišćenjem intuicije, jer je upravo intuicija potrebna za upotrebu formalnog metoda (MekLarty 411). Ovo se, u delimičnoj meri, može nazvati kantovskim shvatanjem. Evo šta i tome kaže Dirk van Dalen:

„Matematičari bi tumačili njegovu vezu intuicije uglavnom kao ljudsku sposobnost da u matematičkom istraživanju prave izbore zasnovane na nizu uvida i iskustava koje je subjekt stekao. Sa stanovišta intuicionizma, spoljašnji svet se sastoji od senzacija subjekta koji stvara apstrak-

ciju na osnovu sličnosti (tehnički termin je uzročna sekvenca). Senzacije koje su slične iz određenog ugla se identifikuju, čime se dobijaju objekti. Rezultantni sistem objekata i njihovih odnosa zatim se dodatno apstrahuje u matematički sistem. Ovi matematički sistemi su potpuno apstraktni konglomerati zasnovani na intuiciji; oni čekaju da budu primenjeni“ (Dirk van Dalen 2012: 195).

Evo šta kaže sam Poenkare: „Ovo je ono što želimo da znamo. Za to imamo jedan i samo jedan kriterijum. Moramo saznati da li je geometrija logička posledica eksplicitno navedenih aksioma, tj. da li, ako te aksiome stavimo u mašinu za razmišljanje, možemo dobiti čitav niz propozicija. Ako se ispostavi da je to moguće, bićemo sigurni u to da ništa nije propušteno. Jer naša mašina ne može raditi drugačije doli u skladu s pravilima logike na osnovu kojih je konstruisana; ona ignoriše nejasan instinkt koji nazivamo intuicijom“ (Poincaré 2012: 95).

Poenkare takođe tvrdi da aksiomi geometrije proizlaze iz eksperimentalnih činjenica i konvencija. „Naš izbor između svih mogućih konvencija vodi se eksperimentalnim činjenicama, ali je ipak slobodan i ograničen samo nužnošću izbegavanja svake kontradikcije [...] Drugim rečima, aksiomi geometrije (ne govorim o onima aritmetike) samo su prikrivene definicije“ (Poincaré 1913: 8). Matematička intuicija, a ne logički formalizam, jeste ono što omogućava matematičaru da uoči šire veze i strukture koje nisu očigledne u formalnim sistemima. Čvrsta logička struktura zanemaruje vitalni aspekt kreativnog procesa u matematici. Mehanizovanje dokaza doprinosi tome da su sve intuicije potrebne za teoreme jasno izražene.

„Gospodin Hilbert je nastojao, da tako kažem, da stavi aksiome [geometrije] u oblik koji bi mogao primeniti i neko ko ne razume njihovo značenje, budući da nikada nije video ni tačke, ni pravu, ni ravan. Prema Hilbertu, rasuđivanje mora biti svedeno [„se ra-

mener“] na čisto mehanička pravila. Mora da je moguće baviti se geometrijom servilno primenjujući ova pravila na aksiome bez razumevanja njihovog značenja“ (Poincaré 2013: 88).

Najvažniji komentar iz navedenog pasusa je: „Mora da je moguće baviti se geometrijom servilno primenjujući ova pravila na aksiome bez razumevanja njihovog značenja.“ Komentar je, pre svega, sarkastičan. Poenkare je bio zainteresovan za šira epistemološka pitanja, uključujući matematičko razumevanje. Zbog toga kritikuje Hilbertov pristup kao pokušaj da se pokaže da se matematika može „raditi“ bez razumevanja. Devedesetih godina XIX veka malo je matematičara imalo jasnu predstavu o formalnoj logici. Dok matematičari danas traže eksplicitan sintaktički sistem, dotle je Hilbert smatrao da je bilo dovoljno biti pažljiv u navođenju punih aksioma i eksplicitnih teorema.

Međutim, Poenkare priznaje da su nam potrebna pravila logike koja se mogu mehanički primeniti. U istom radu Poenkare predviđa mnoštvo novih istraživanja o bogatstvu naših nesvesnih procesa i ističe da samo ono što je trenutno relevantno za naš život dospeva u svest. Dakle, naše iskustvo o onome što se uklapa u stvarni svet, i pritom postaje osvešćeno, omogućava intuiciju da bi neko tvrđenje moglo biti tačno (Poincaré 2013: 98). Kada su Vavilonci zasnovali aritmetiku, sama činjenica da su njihovi računi uvek bili konzistentni opravdavala je njihovo verovanje da je aritmetika korisna i tačna (znali su pravila za množenje i deljenje, kao i za sabiranje i oduzimanje).

„[Hilbert] je želeo da smanji broj osnovnih aksioma geometrije na minimum i da ih u potpunosti navede. Ali u rasuđivanju, gde su naši umovi aktivni, gde intuicija još uvek igra ulogu – u živom rasuđivanju, da tako kažem – teško je izbeći uvođenje nekog aksioma ili postulata koji ostaje neprimećen. Dakle, tek nakon svođenja (avoir ramenée) svog geometrijskog

razmišljanja na čisto mehaničku formu, mogao je biti siguran da je uspeo u svom naumu i da je završio svoj posao“ (Poincaré 2012: 89).

Poenkare je dobro razumeo Hilbertov argument, posebno u ovom slučaju, te primećuje da je potrebno dodati neeuclidiske aksiome o „relaciji između“ da bi se cela teorija svela na „mehaničku“ formu. Ali postoje dobro poznati primeri dobijanja pogrešnih odgovora ako se zanemare aksiomi o relaciji „između“. Poenkare, takođe, kritikuje Hilbertovu ideju da se matematički simboli mogu svesti na stroge formalne sisteme koji funkcionišu nezavisno od intuicije, kreativnosti i ljudske sposobnosti za otkrivanje novih matematičkih uvida. U delu *Poslednje misli* (1913) Poenkare iznosi mišljenje da matematički simboli nisu jednostavno sredstvo reprezentacije spoljašnje stvarnosti već da funkcionišu kao alati koje matematičari koriste u širem kontekstu otkrivanja i istraživanja. Simboli nisu sami po sebi ključ za razumevanje stvarnosti već su deo matematičke prakse koja obuhvata eksperimentisanje, intuitivno rasuđivanje i kreativno mišljenje.

U Hilbertovom sistemu matematičke formule i simboli funkcionišu gotovo autonomno, kao da imaju unutrašnju logiku koja ih direktno povezuje sa spoljašnjim svetom. Poenkare tvrdi da je ova ideja previše pojednostavljena i da vodi ka određenom obliku naivnog realizma, u kojem se pretpostavlja da postoji direktna, jednoznačna veza između matematičkih simbola i spoljašnjeg sveta.

Kritika Anrija Poenkarea simptomatična je za prelazni period između XIX i XX veka. S jedne strane, duboko je ukorenjena u problemima XIX veka u vezi sa intuicijom, prirodom sintetičkog znanja *a priori* i filozofskim posledicama neeuclidiske geometrije. S druge strane, ona nagoveštava modernije tendencije ka kritici formalističkih projekata, prepoznajući uslovnu prirodu matematičkog i naučnog znanja. U tom smislu, Poenkare

predstavlja most između intuitivnih i sintetičkih tradicija XIX veka i konstruktivističkih i pragmatičkih struja XX veka. Njegova kritika je istovremeno reakcija na Hilbertov formalizam i najava kasnijih izazova sa kojima će se formalizam suočiti.

VITGENŠTAJNOV PRISTUP

Godine 1953. Vitgenštajn u uvodu za *Filozofska istraživanja* diskutuje o *Ispovestima Svetog Avgustina* (napisanim oko 400. godine), u kojima Avgustin izlaže svoja zapažanja o učenju jezika (Baker i Hacker 2005: 1). Prema Avgustinovom shvatanju, dete zapaža da odrasle osobe referiraju na određene predmete tako što ih imenuju. Na osnovu toga, ono ustanovljava da se određeni predmet označava određenom kombinacijom zvukova: „ova krznena životinja s repom“ predstavlja, na primer, „mačku“, a „poseban način na koji se ona služi nogama“ predstavlja „trčanje“. Slušajući, dakle, reči koje se izgovaraju u celim rečenicama, dete identifikuje predmet koji ta reč označava i u procesu identifikacije uči da određenu reč upotrebljava.

Vitgenštajn uočava dva ključna polazišta za konvencionalnu ideju o ljudskom jeziku: (I) reči imenuju predmete i (II) rečenice su kombinacije reči. U ovoj ideji primećuje naivnu osnovu za mnoge kasnije filozofske koncepte stvarnosti, jezika i istine. Po njegovom mišljenju, Avgustinova koncepcija ne predstavlja nikakvu „teoriju jezika“, a nekmoli „teoriju značenja“. Upravo suprotno: ona predstavlja nekritički, a nažalost, široko prihvaćeni okvir razmišljanja, koji se često preuzima bez prethodnog sistematskog preispitivanja.

Vitgenštajn je takođe pokazao da je neodređenost i nepotpunost suštinsko svojstvo svih jezika (Vitgenštajn 1969: 104–108), čime je zadao veliki udarac klasičnoj teoriji kategorija. Naime, prema klasičnoj teoriji, svaka kategorija ima jasno određene granice, koje su definisane zajedničkim svojstvima. Vi-

tgenštajn, međutim, napominje da igra kao kategorija ne ispunjava ove kriterijume, jer ne postoje zajednička svojstva inherentna svim igrama. U nekim igrama, kao što su igre na tabli, najbitnija je sreća, gde je svaki potez određen bacanjem kockica. U drugim igrama, poput šaha, najvažnija je veština. S druge strane, neke igre, poput remija, sadrže i sreću i veštinu. Analizirajući kategoriju igara, Vitgenštajn se pita šta aktivnosti koje su identifikovane kao igre imaju zajedničko i šta nam omogućava da razlikujemo igru od drugih aktivnosti. Problem nastaje kada otkrijemo da ne postoji inherentna suština aktivnosti koje se smatraju igrama. Zaključujemo da ne postoje svojstva inherentna svim igrama. Jedino što možemo primetiti jeste niz sličnosti, veza i srodnosti. Igre su slične jedna drugoj na različite načine, što čini igru kategorijom, a ne jedan precizno definisani skup zajedničkih svojstava (Vitgenštajn 1969: 121).

Avgustinovu teoriju jezika, naime, Vitgenštajn karakteriše kao potpuno odvojenu od teorije mišljenja. „Dete (prema Avgustinu) već misli“, objašnjava Vitgenštajn u *Filozofskim istraživanjima* – „preostaje mu samo da nauči da govori“, kao da su to dva potpuno zasebna i odvojena procesa. Proces usvajanja jezika, međutim, neodvojiv je od procesa razvijanja mišljenja (Vitgenštajn 1969: 18).

Kategorija se može proširiti na nove vrste igara, pod uslovom da one na odgovarajuće načine liče na prethodne igre. Na primer, uvođenjem video-igrice 70-ih godina XX veka granice kategorije igre značajno su proširene. Vitgenštajn, isto tako, daje važna zapažanja o kategoriji broja. Istorijski gledano, brojevi su prvo uzeti kao celi brojevi, a potom su prošireni na racionalne, realne, složene i transfinitne brojeve. Kategorija brojeva nije ograničena na neki prirodan ili objektivni način već se može ograničiti ili proširiti zavisno od namene. Vitgenštajnovi stanovište je da različiti matematičari daju različite precizne definicije broja, zavisno od

ciljeva koji sebi postavljaju. Na primer, moguće je definisati broj koji uključuje ili isključuje transfinitne brojeve, infinitezimale i slično. U matematici ne postoji rigorozna definicija koncepta broja. Postoje različite definicije za različite kategorije brojeva – na primer, Dedekindova definicija realnih brojeva pretpostavlja definiciju prirodnog broja. Postoje razne definicije prirodnog broja u jeziku teorije skupova, ali nijedna nije konačna (Vitgenštajn 1969: 44).

U matematici ne postoji rigorozna definicija koncepta broj. Postoje različite definicije za različite kategorije brojeva – na primer, Dedekindova definicija realnih brojeva pretpostavlja definiciju prirodnog broja. Postoje razne definicije prirodnog broja u jeziku teorije skupova, ali nijedna nije konačna. Mnoge od njih su i proizvoljne. Bitna svojstva formalne logike podržavaju glavne Vitgenštajnovе ideje o jeziku. Naime, formalni jezik ne sadrži predikate koji inherentno izražavaju bitna svojstva brojeva. Predikati imaju značenja samo u tom smislu što im se pripisuju određena značenja na taj način što utvrdimo njihov model. Način da se definišu kategorije brojeva je trivijalan. Uzmimo bilo koji jezik prvog reda i nekoliko predikata A, B, C i D. Mi definišemo različite kategorije brojeva. To radimo tako što definišemo neki model M na sledeći način: neka matematički model M sadrži sve matematičke objekte u domenu i neka M pripisuje A skup prirodnih brojeva, B skup racionalnih brojeva, C skup iracionalnih brojeva (Vitgenštajn 1969: 44).

Ukratko, univerzalan model broja postoji, ali ne postoji način da brojeve možemo da kategorizujemo. Drugim rečima, takva klasifikacija brojeva ne bi bila previše interesantna, već veoma trivijalna. Mi definišemo klase brojeva pomoću predikata time što utvrđujemo da su klase brojeva ekstenzije predikata. Ali to nam ne govori apsolutno ništa o inherentnom svojstvu formalnog jezika da definiše klase brojeva, osim u trivijalnom smislu

artikulacije: neka je A skup prirodnih brojeva, neka je B skup racionalnih brojeva, neka je C skup iracionalnih brojeva. To, međutim, nema nikakve veze s klasičnom teorijom korespondencije. Prema tome, i na ovaj način, polazeći od Vitgenštajna, može se kritikovati naivna teorija jezika.

Kada se Vitgenštajn poredi s drugim teoretičarima i filozofima jezika, treba biti veoma oprezan i čuvati se preuranjenih generalizacija. Vitgenštajnovо pobijanje klasične teorije jezika, na prvom mestu, ukazuje na potrebu da se jezik razume kao mnogo složenija, dinamična struktura. Vitgenštajn ne dolazi do zaključka o lingvističkom relativizmu. On se upravo suprotstavlja ideji o metaforičkoj upotrebi jezika (Vitgenštajn 1969: 14).

Jezičke igre jesu jezičke igre u metaforičnom smislu reči. Ali, jezičke igre, prema Vitgenštajnu, nemaju metaforičku, već društvenu funkciju. To je bitna razlika. Takođe, može se reći da je on imao metaforički pristup fenomenu jezika i mišljenja, ali za to, kao što vidimo, postoje mnogo dublji razlozi. S druge strane, sam Vitgenštajn služi se veoma originalnim metaforama. Na primer, u njegovom delu *Traktatus* javlja se kriptična metafora „lestvica“ (Vitgenštajn 1992: 88). Međutim, to ne znači da je, prema Vitgenštajnu, sam jezik inherentno metaforičan. Njegova kritika Avgustinovе teorije više je usmerena ka ideji da je sam fenomen jezika mnogo kompleksniji nego što predlaže klasična teorija. Služeći se jezikom, čovek izvodi razne delatnosti: opisivanje, pripovedanje, upoređivanje, postavljanje pitanja, brojanje, kategorizovanje i slično.

Sve ove aktivnosti Vitgenštajn grupiše u već pomenute jezičke igre. Svaka od ovih igara ima neka pravila, ali ona nikada nisu previše stroga. Raznovrsnost prirodno mnogo više uznemiruje nego zabluda o jezičkom jedinstvu. To je naučna zabluda i naučna predrasuda. Drugim rečima, imenovanje i referiranje na stvari ne predstav-

lja jedinu i osnovnu jezičku funkciju. Vitgenštajn smatra da je za matematiku suštinski važno to što istovremeno ne daje suštinske tvrdnje o stvarnosti, ali ipak ima primene u stvarnosti. Sve matematičke discipline ne moraju nužno imati primenu. Međutim, poenta je da one generalno imaju takve primene, što matematiku razlikuje od puke sintaktičke igre. Dakle, Vitgenštajn nije formalista poput Hilberta. Iako matematika ne govori o nečemu u stvarnosti (apstraktni objekti), ona nije samo puka manipulacija znakovima (Vitgenštajn 1969: 14).

Jednostavan primer su prirodni brojevi, koji predstavljaju nematerijalne merne jedinice koje koristimo za određivanje količine, tako što ih povezuje s objektima. Naravno, to ne iscrpljuje upotrebu prirodnih brojeva niti određuje njihovu prirodu. Brojevima možemo manipulirati na različite načine, npr. sabirati ih, oduzimati i sve te upotrebe delimično definišu prirodni brojevi kao vrste objekata. Matematika jeste igra sa znakovima, ali njene primene u stvarnosti čine je nečim višim od obične igre. Koreni pojma jezičkih igara delimično se mogu pronaći kod Hilberta: bilo koji sintaktički sistem može se posmatrati kao igra po određenim pravilima. Međutim, pojam jezičke igre je širi od igara zasnovanih na pravilima i, u tom smislu, nadilazi Hilbertovu ideju. Jezičke igre mogu se odnositi na upotrebu jezika unutar aktivnosti i svakodnevnog života, gde ta upotreba ne mora nužno biti regulisana pravilima. U *Filozofskim istraživanjima* Vitgenštajn kritikuje ideju intuicije. Na primer, on se pita da li je intuicija potrebna za nastavak niza $+2$, i zašto taj niz ne bi mogao biti $2, 2, 2, 2, 2...$? Suština njegove kritike leži u tome da pozivanje na intuiciju samo u određenim slučajevima deluje proizvoljno: ako intuicija može reći nešto istinito, zašto ne bi mogla reći i nešto pogrešno?

Međutim, pojam jezičke igre je širi od igara prema pravilima i u tom smislu nadilazi Hilberta. Jezičke igre se mogu odnositi i na upotrebu jezika unu-

tar aktivnosti i života, gde ta upotreba ne mora biti regulisana pravilima.

ZAKLJUČAK

Hilbert, Poenkare i Vitgenštajn dovođe u pitanje pozitivističku viziju sveta, pre svega ideju o totalitetu znanja i njegovoj apstraktnoj prirodi. Hilbertova početna ideja o tome da je znanje zasnovano na deduktivnoj logici dovodi u pitanje pozitivističku ideju fokusa na empirijsko iskustvo. Vitgenštajn kritikuje samu ideju totaliteta, tvrdeći da će ono što bude smatrano totalitetom zavisiti od jezika u kojem taj totalitet dobija značenje. Poenkare, na sličan način, rutinski postavlja pitanje pozitivističkog kreda, smatrajući ljudsku kogniciju kao uslov za matematičko znanje u vezi sa matematičkom vizijom sveta.

Zajednički imenitelj Vitgenštajnovе i Poenkareove kritike Hilbertovog formalizma jeste ideja da se značenja konstruišu ljudskom aktivnošću – kroz naše kontekste i intuicije. Obe ideje su kompatibilne s pojmom denotacije: denotacija se ponekad menja od konteksta do konteksta, a naše reči su „naša tvorevina“, ali su tu da denotiraju (između ostalog). Vitgenštajn odbacuje ideju da je jezik jednostavno sistem imena koji se direktno odnosi na stvarnost. Umesto toga, on naglašava da značenje jezika proističe iz konteksta i konkretne upotrebe u različitim jezičkim igrama.

Poenkare kritikuje rigidni formalizam u matematici, ističući da simboli i formalni izrazi ne moraju uvek direktno odgovarati matematičkim objektima. On naglašava važnost intuicije i kreativnosti u matematičkom razmišljanju, sugerišući da formalni jezik može zakloniti dublje razumevanje i kreativne aspekte matematike. Poenkareova kritika formalizma ukazuje na to da matematički simboli treba da budu fleksibilni alati koji omogućavaju istraživanje i otkrivanje, a ne samo fiksni sistemi. Poenkareova ideja intuicije može zanemariti zajedničku dru-

štvenost jezika, što je suština Vitgenštajnovе ideje „jezičkih igara“. Međutim, ta dva stanovišta mogu biti kompatibilna. Na primer, relevantne intuicije mogu biti oblikovane ili podstaknute jezičkim kontekstom.

Obe kritike ukazuju na to da su jezik i simboli mnogo složeniji i dinamičniji nego što klasične teorije sugerišu. Kroz svoje pristupe Vitgenštajn i Poenkare otvaraju prostor za dublje razumevanje komunikacije, jezika i matematičkog mišljenja, naglašavajući važnost konteksta, kreativnosti i intuicije u oblikovanju značenja. Njihove ideje pozivaju na preispitivanje rigidnih struktura koje se često smatraju normativnim u analizi jezika i matematike.

BIBLIOGRAFIJA

Bosanquet, Raymond George. 1939. *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*. Cambridge: University of Chicago Press.

Baker, Gordon Park & Peter Michael Stephan Hacker. 2005. *Wittgenstein: Understanding and meaning: Volume 1 of an analytical commentary on the philosophical investigations: Part I: Essays*. Chichester: John Wiley & Sons.

Corry, Leo. 2006. „Axiomatics, empiricism, and Anschauung in Hilbert's conception of geometry: between arithmetic and general relativity“. In: Domínguez, José Ferreirós & Jeremy Gray (eds). *The architecture of modern mathematics: Essays in history and philosophy*. Oxford: Oxford University Press.

Van Dalen, Dirk. 2012. „Poincaré and Brouwer on intuition and logic“. *Nieuw Archief voor Wiskunde* 5/13 (3): 191–195.

Dedekind, Richard. 2013. *Was sind und was sollen die Zahlen? Stetigkeit und Irrationale Zahlen*. Berlin: Springer Verlag.

Ehrlich, Philip (ed.). 2013. *Real numbers, generalizations of the reals, and theories of continua*. New York: Springer Science & Business Media.

Heinzmann, Gerhard. 2009. „Hypotheses and conventions in Poincaré“. In: Heidelberger, Michael & Gregor Schiemann (eds). *The significance of the hypothetical in the natural sciences*. Berlin: Springer, 169–192.

Hilbert, David. 1905. „On the foundations of logic and arithmetic“. *The Monist* 15 (3): 338–352.

McLarty, Colin. 2024. „Poincaré on the Value of Reasoning Machines“. *Bulletin of the American Mathematical Society* 61 (3): 411–422.

Muglioni, Jacques. 1995. *Auguste Comte: un philosophe pour notre temps*. Paris: Presses Universitaires de France.

Poincaré, Henri. 2013. „Review of Hilbert's Foundations of Geometry“. In: Ehrlich, Philip (ed.). *Real numbers, generalizations of the reals, and theories of continua*. New York: Springer Science & Business Media.

Poincaré, Henri. 1913. *Dernières pensées*. Paris: Flammarion.

Poincaré, Henri. 2013. *La science selon Henri Poincaré: La science et l'hypothèse – La valeur de la science – Science et méthode*. Paris: Dunod.

Poincaré, Henri. 2012. *The value of science: essential writings of Henri Poincaré*. New York: Modern Library.

Poincaré, Henri. 1898. *On the Foundations of Geometry*. Chicago: Open Court Publishing Company.

Sveti Avgustin. 1989. *Ispovesti* (izb. i prev. Milan Tasić). Beograd: Grafos.

Vitgenštajn, Ludvig. 1969. *Filosofska istraživanja*. Beograd: Nolit.

Wittgenstein, Ludwig. 1992. *Tractatus Logico-Philosophicus*. London: Routledge.

POINCARÉ, WITTGENSTEIN AND HILBERT'S LEGACY: EPISTEMOLOGICAL CONTEXTS

Abstract: This paper examines Poincaré's and Wittgenstein's reactions to Hilbert's formalization of mathematical language. The central premise is that the approaches of Hilbert, Poincaré and Wittgenstein challenge the positivist notion of the totality and universality of knowledge. We argue that both authors critique Hilbert from a constructivist perspective. While Poincaré critiques Hilbert from the standpoint of intuitionism, Wittgenstein does so from the standpoint of contextualism. The conclusion suggests that these two perspectives can be interpreted as compatible.

Keywords: Hilbert, Poincaré, Wittgenstein, formalism, intuition, language games

Izdavač | *Publisher*

Društvo za kulturni razvoj „Bauo“ | *Association for Cultural Developement “Bauo”*
Krš Medinski 1, 85300 Petrovac na Moru, Crna Gora | *Montenegro*
www.kontekstikulture.me | www.bauo.me

Lektura i korektura | *Language Editing*

Jasmina Bajo

Prevod, lektura i korektura (engleski) |
Translation and Language Editing (English)

Milica Stanić Radonjić

Dizajn i prelom | *Design and Layout*

MM Digital d. o. o., Budva

Štampa | *Printed by*

Golbi, Podgorica

Tiraž | *Circulation*

200

CIP – Каталогизacija у публикацији
Национална библиотека Црне Горе, Цетиње
ISSN 3027-4222
COBISS.CG-ID 27838724

Copyright © Društvo za kulturni razvoj „Bauo“, 2024.

